<u>Übungen zum Thema „Funktionen“</u>

Kleine Aufgaben zum Einstieg:

1. Gib an, wie viele Nullstellen eine ganzrationale Funktion vierten Grades höchstens besitzt.

---

2. Gib die Nullstellen der Funktion $f(x) = x^2(x+2)(x-5)$ an.

---

3. Begründe, dass der Graph der Funktion $f(x) = \frac{x^2}{x^2+6}$ achsensymmetrisch zur y-Achse ist.

---

4. Begründe, dass der Graph der Funktion $f(x) = \frac{x^2}{x^2+6}$ nur durch den I. und II. Quadranten verläuft.

---

5. Ermittle $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{x^2+6}{3+2x^2}$.

---

6. Gib an, für welchen Wert von m die Geraden g mit der Gleichung $2x - 3y = 6$ und h mit der Gleichung $y = mx + 3$ zueinander parallel sind.

---

7. Der Graph der Funktion $f(x) = 2^x$ wird parallel zu den Koordinatenachsen so verschoben, dass der Punkt $P(0|1)$, der auf dem Graphen der Funktion f liegt, auf den Punkt $Q(1|4)$ verschoben wird. Gib der Funktionsterm der verschobenen Funktion an.

---

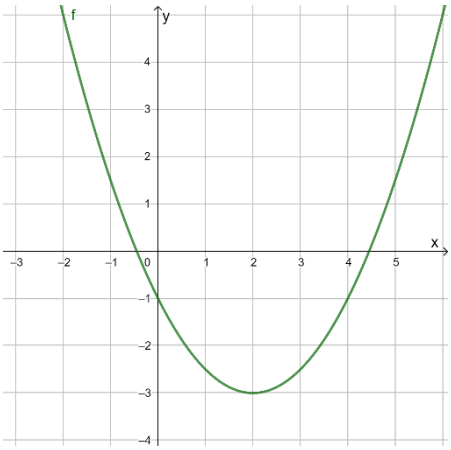
8. Gib an, für welchen Parameter a gilt: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{ax^2+8x}{4x^2+1} = 2$

---

9. Der Graph der Funktion $f(x) = 2^{-x}$ wird an der x-Achse gespiegelt und dann in Richtung der y-Achse mit dem Faktor 3 gestreckt. Gib den Term der neuen Funktion an.

Weitere Aufgaben:

1. Quadratische Funktionen



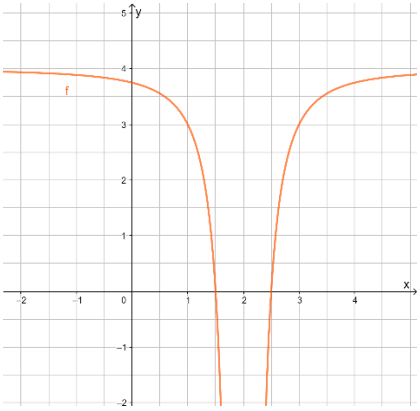
Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f.
a) Gib an, welche der Funktionsgleichungen zu dem Graphen gehört und begründe deine Entscheidung.
I) $f(x) = (x-2)^2 - 3$

II) $f(x) = 0{,}5 \cdot (x-2)^2 - 3$

III) $f(x) = 0{,}5 \cdot (x-3)^2 - 2$

b) Nenne den Scheitelpunkt und den Schnittpunkt der Funktionen mit der y-Achse.

2. Graph und Asymptote



Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit der Asymptote $y = 4$. Überprüfe, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind, und begründe deine Antwort.

I) $g(x) = f(-x)$ hat den gleichen Schnittpunkt mit der y-Achse wie f.

II) $g(x) = -f(x) + 3$ hat zwei Nullstellen.

III) $g(x) = 0{,}5 \cdot f(x)$ hat die gleiche Asymptote wie f.

3. Funktionen untersuchen

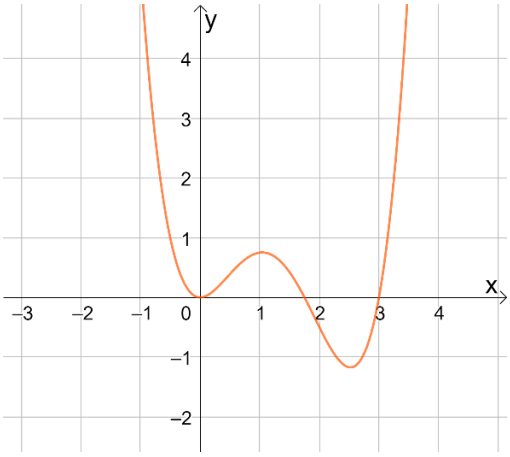
Es ist die Funktion $f(x) = -\frac{1}{3}x^4 + 6x^2 - 27$ gegeben.

a) Nenne die Symmetrie der Funktion und weise sie nach.

b) Beschreibe das Verhalten für $x \to \pm\infty$.

c) Berechne die Nullstellen und schreibe f mit Linearfaktoren auf.

4. Aussagen zu Graphen überprüfen



Die Abbildung zeigt den Graphen einer ganzrationalen Funktion 4. Grades. Untersuche, ob die Aussagen in dem dargestellten Intervall wahr oder falsch sind.

I) $f(2) > f(1)$

II) $f(x) = 2$ hat zwei Lösungen

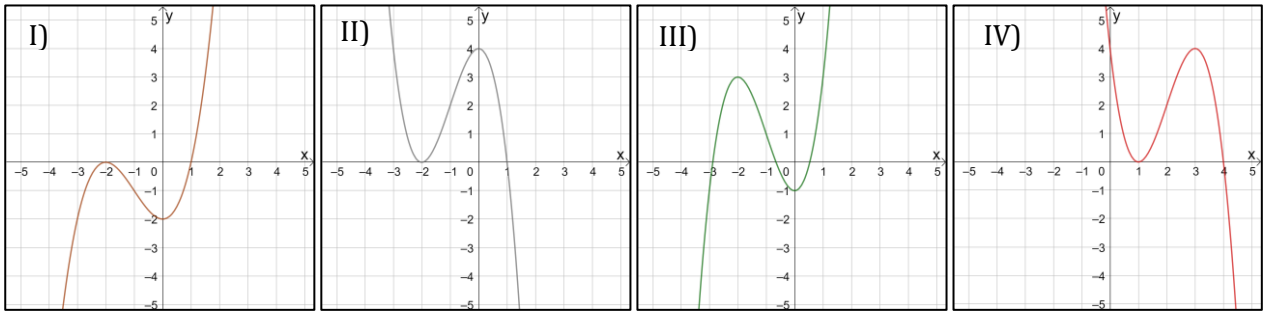
III) $f(x) = x^2 \cdot g(x)$ mit einer Parabel g(x)

5. Funktionen und Graphen zuordnen

a) Gib an, welcher Graph zu der Funktion $f(x) = -(x+2)^2 \cdot (x-1)$ gehört.

b) Bestimme die Zugehörigkeit der übrigen Graphen zu den Funktionen und nenne den jeweiligen Parameter:

$g(x) = f(x+a)$; $h(x) = b \cdot f(x)$; $k(x) = -f(x) + c$



6. Diskussion einer ganzrationalen Funktion

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -4x^5 + 29x^3 - 25x$.

Bestimme $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$ und untersuche die Funktion auf Symmetrie zur y-Achse bzw. zum Ursprung. Berechne die Nullstellen und den Schnittpunkt mit der y-Achse. Skizziere anschließend den groben Verlauf des Graphen mithilfe einer Vorzeichentabelle und beschreibe seinen Verlauf mit Worten.

7. Diskussion einer Bruchfunktion

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

a) Gib die Definitionsmenge der Funktion f an.

b) Untersuche die Funktion f auf Symmetrie.

c) Bestimme $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$.

d) Berechne die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

e) Begründe, warum der Graph der Funktion f für $x > 0$ fällt. Gib an, ob der Graph der Funktion f für $x < 0$ steigt oder fällt. Gib die Koordinaten des höchsten Punktes vom Graph von f an.

f) Skizzieren den Graphen der Funktion f und beschreibe seinen Verlauf in Worten.

g) Gib die Gleichung der Bruchfunktion an, deren Graph durch Spiegelung des Graphen von f an der x-Achse entsteht.