V. Funktionsuntersuchungen

VI.5. Funktionsuntersuchungen

Untersucht man einen Graphen auf

- Maximalen Definitionsbereich D_{max}
- Definitionslücken (Nenners Nst)
- Wertebereich W
- Nullstellen

  Setze $y = 0$
- Schnittpunkte mit der y-Achse

  Setze $x = 0$
- Asymptoten
- Symmetrie
  - Spiegelsymmetrie bzgl. y- Achse, bzw. Punktsymmetrie bzgl. Koordinatenursprung
- Extremwerte und Monotonie

=> Q11

kann man ihn leicht zeichnen.

Umgekehrt helfen diese Informationen aus einem Graphen den Funktionsterm zu ermitteln.

VI.5. Funktionsuntersuchungen

Funktionstypen:

a) Lineare Funktionen Bsp:

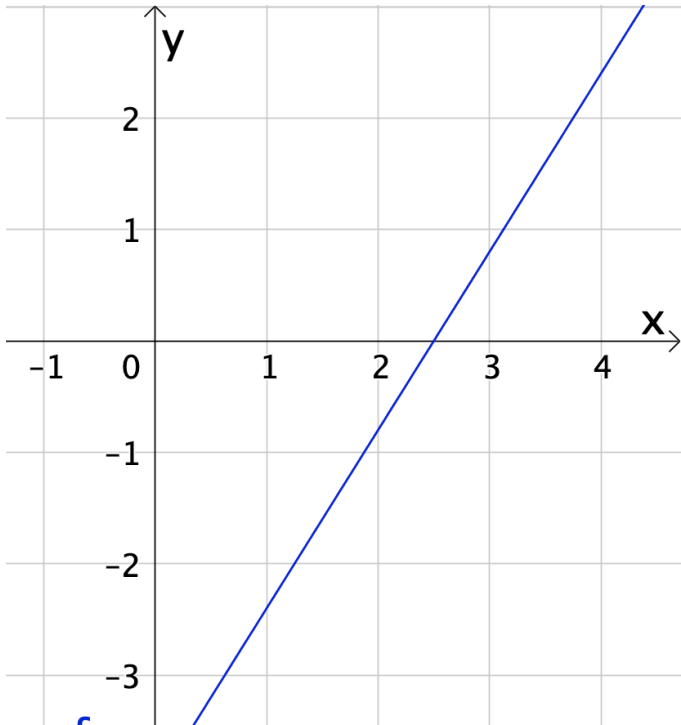
$$f_a(x) = \frac{8}{5}\,x - 4$$

- $D_{max} = \mathbb{R}$
- $W = \mathbb{R}$
- Nullstellen: $0 = \frac{8}{5}x - 4$

  ... $x = 2{,}5$

- SP mit y-Achse: $y = \frac{8}{5} \cdot 0 - 4$

  ...$y = -4 \Rightarrow P(0|-4)$
- Keine Asymptoten
- Keine Symmetrie
- Steigung: $\mathrm{m} = \frac{8}{5}$



VI.5. Funktionsuntersuchungen

Funktionstypen:

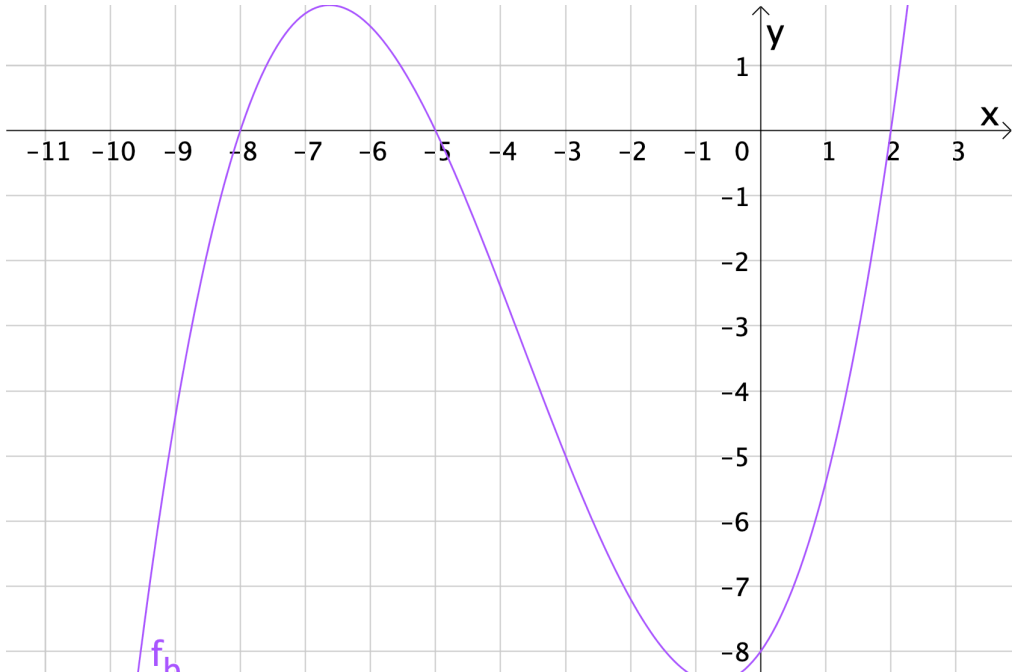
b) Ganzrationale Fkt Bsp:

$$f_b(x) = \frac{1}{10}\,x^3 + \frac{11}{10}\,x^2 + \frac{14}{10}\,x - 8$$

- $D_{max} = \mathbb{R}$
- $W = \mathbb{R}$
- Nullstellen (Raten, ggf. Poylnomdiv.):

  $x_1 = -8, \quad x_2 = -5, \quad x_3 = 2$

- SP mit y-Achse: $f_b(0) = -8 \Rightarrow P(0|-8)$
- Keine Asymptoten
- Keine Symmetrie bzgl. KoSy



VI.5. Funktionsuntersuchungen

Funktionstypen:

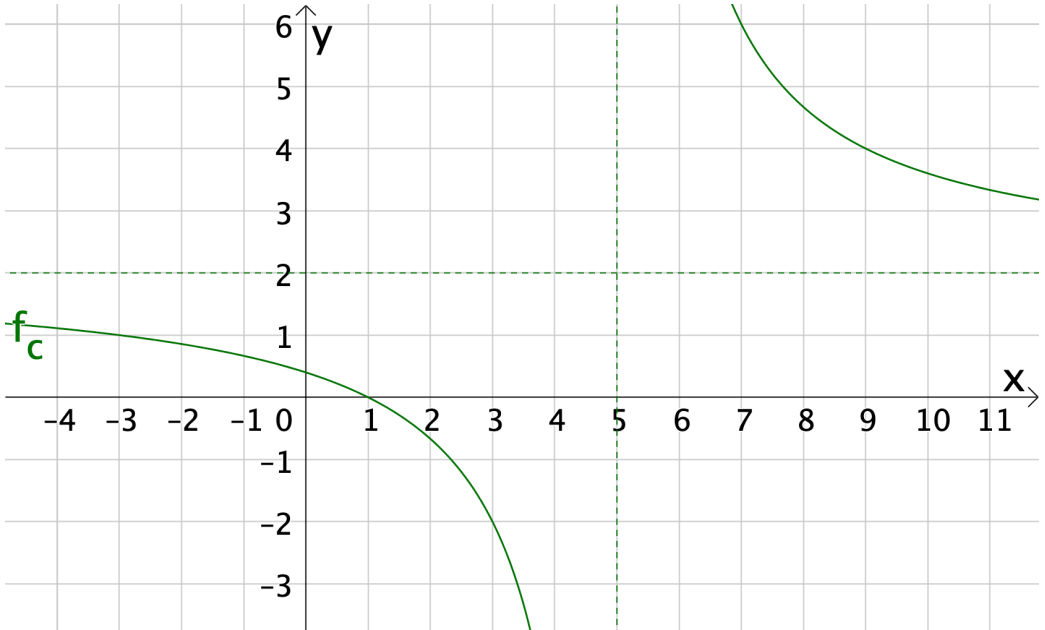
c) Gebrochenrationale Fkt. Bsp:

$$f_c(x) = \frac{8}{x-5} + 2 = \frac{2x-2}{x-5}$$

- $D_{max} = \mathbb{R} \setminus \{5\}$
- $W = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
- Nullstellen

$$x = 1$$

- SP mit y-Achse: $f_d(0) = \frac{8}{-5} + 2$
  $\Rightarrow P(0|-0{,}2)$
- Asymptoten: $y = 2$, $x = 5$
- Keine Symmetrie bzgl. KoSy



VI.5. Funktionsuntersuchungen

Funktionstypen:

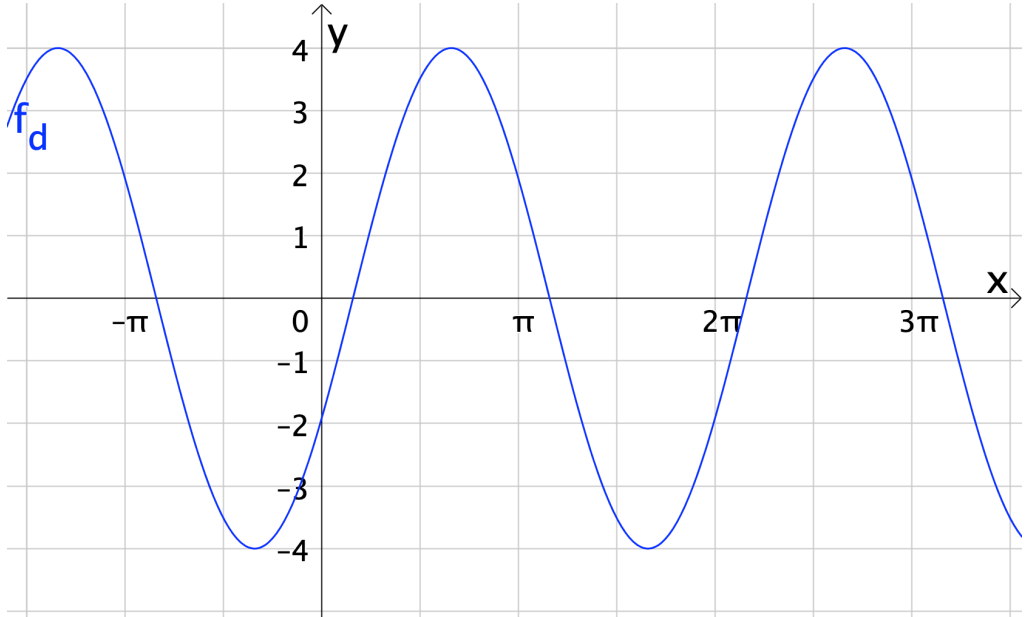
d) Trigonometrische Fkt, Bsp:

$$f_d(x) = 4\sin(x - 0{,}5)$$

- $D_{max} = \mathbb{R}$
- $W = [-4; 4]$
- Nullstellen

$$x_k = k \cdot \pi - 0{,}5; \quad k \in \mathbb{Z}$$

- SP mit y-Achse: $\mathrm{f_d}(0) \approx -1{,}92$
  $\Rightarrow P(0|-1{,}92)$
- Keine Asymptoten
- Keine Symmetrie bzgl. KoSy



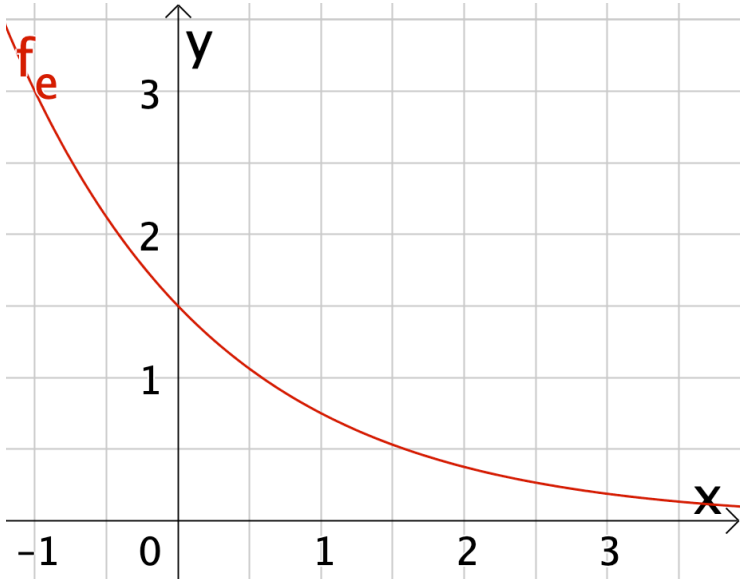
VI.5. Funktionsuntersuchungen

Funktionstypen:

e) Exponentialfunktion Bsp:

$$f_d(x) = 1{,}5 \cdot 2^{-x}$$

- $D_{max} = \mathbb{R}$
- $W = \mathbb{R}^+$
- Nullstellen

  keine Nullstellen

- SP mit y-Achse: $f_e(0) = 1{,}5$
  $\Rightarrow P(0|-1{,}5)$
- waagerechte Asymptote bei
  $y = 0$
- Keine Symmetrie bzgl. KoSy
- Durchgehend fallend