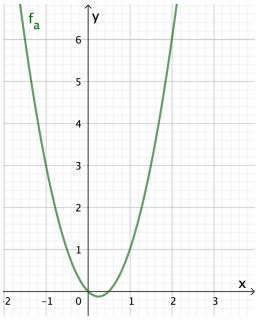
Klasse 10 Übungsaufgaben (27. April bis 1. Mai 2020)

S. 139 Nr. 3 rechte Spalte, *Veröffentlichung 30.04.2020 nach 18:00*

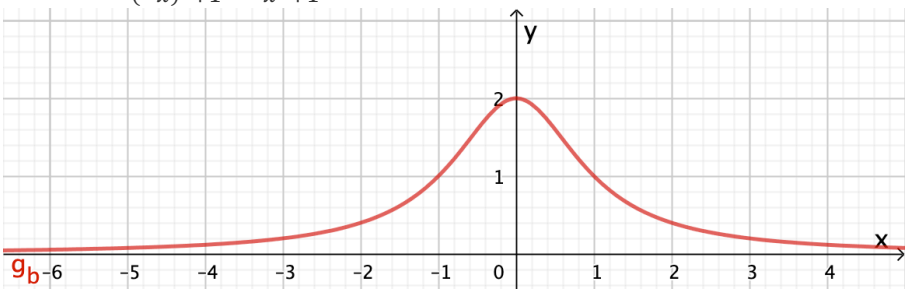
Nr. 4

a) $f(x) = 2x^2 - x \Rightarrow f(-x) = 2(-x)^2 - (-x) = 2x^2 + x \neq f(x)\ und \neq -f(x)$

$\Rightarrow$ keine Symmetrie bzgl. Koordinatensystem

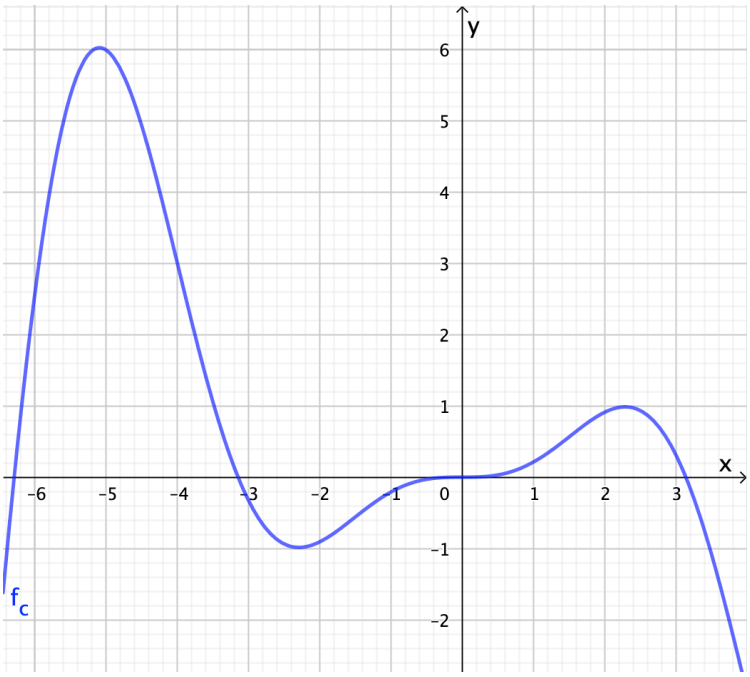


b) $g(-x) = \frac{2}{(-x)^2+1} = \frac{2}{x^2+1} = g(x) \Rightarrow$ achsensymmetrisch zur y-Achse

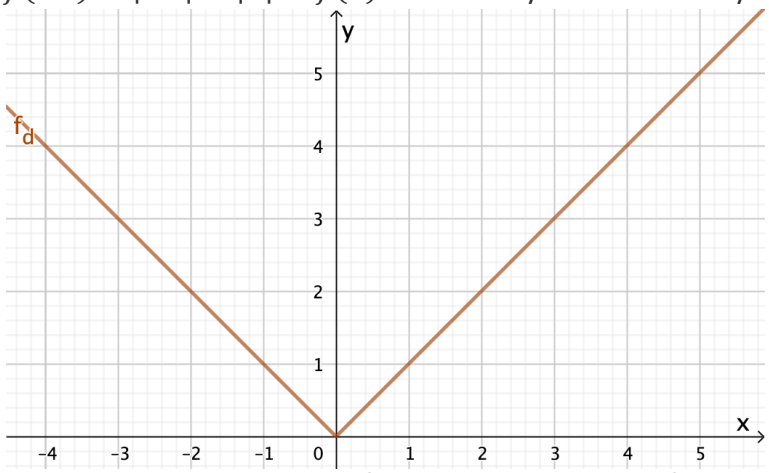


c) $f(-x) = 0{,}25\,(-x)^2 \cdot \sin(-x) = -0{,}25x^2 \sin(x) = -f(x)$

$\Rightarrow$ Punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung

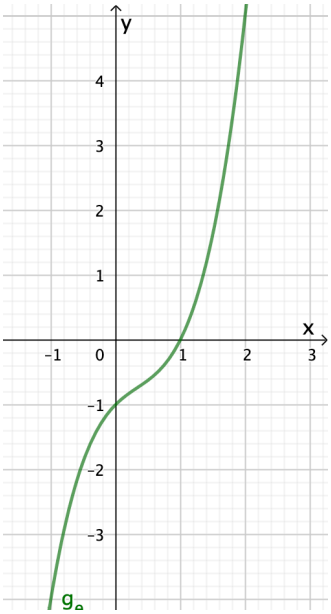


d) $f(-x) = |-x| = |x| = f(x) \Rightarrow$ achsensymmetrisch zur y-Achse



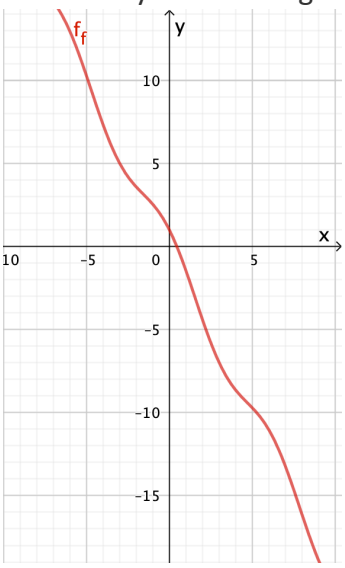
e) $g(-x) = (-x-1) \cdot ((-x)^2 + 1) = -(x+1) \cdot (x^2+1) \neq g(x)\ und \neq -g(x)$

$\Rightarrow$ keine Symmetrie bzgl. Koordinatensystem



f) $f(-x) = \cos(-x) - 2(-x) = \cos(x) + 2x \neq f(x)\ und \neq -f(x)$

$\Rightarrow$ keine Symmetrie bzgl. Koordinatensystem



S. 140 Nr. 5, *Veröffentlichung 30.04.2020 nach 18:00*

Nr. 7, Verschiedene Lösungen jeweils möglich:

a) bspw: $f(x) = (x+2)^2$ (wichtig bei dieser Schreibweise: gerader Exponent) oder $g(x) = 4 - x^2$
b) bspw: $f(x) = (x^2 - 4) \cdot x$ ACHTUNG: Nach ausmultiplizieren muss beim Polynom jeder Exponent ungerade sein!

Nr. 8

a) Da bei ungeraden Funktionen das x mindestens in erster Potenz auftritt, kann man es ausklammern und erhält dadurch: $f(x) = x \cdot h(x)$ (mit $h(x)$ als gerade Funktion). Ist $x = 0$, dann ist auch $f(0) = 0 \cdot h(0) = 0$. D.h. eine ungerade Funktion verläuft immer durch den Koordinatenursprung. Da ungerade Funktionen immer punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung sind, gehört zu jeder positiven Nullstelle x_0 von $f(x)$ auch die Gegenzahl $-x_0$ als Nullstelle von $f(x)$. Damit treten die Nullstellen außerhalb von 0 immer paarweise auf, die Anzahl ist also gerade. Aber: Es kommt noch $x_0 = 0$ dazu, damit ist die Gesamtzahl wieder ungerade.
b) Bei geraden Funktionen gilt (wegen Symmetrie zur y-Achse): Außerhalb von $x = 0$ treten die Nullstellen immer paarweise auf. Aber in $x = 0$ kann eine Nullstelle liegen, damit wird die Anzahl ungerade, wenn in $x = 0$ eine Nullstelle liegt.

Unterscheidungsmerkmal:
Bei ungeraden Funktionen MUSS in $x = 0$ eine Nullstelle liegen, bei geraden Funktionen KANN in $x = 0$ eine Nullstelle liegen.

Nr. 9

a) $f(x) = x^3 + t$
$f(-x) = (-x)^3 + t = -x^3 + t = -f(x)$ genau dann, wenn $t = 0$, da x^3 punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung ist.
b) $f(x) = 3x^2 + t$ ist eine gerade Funktion für alle $t \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow$ immer achsensym. Zur y-Achse
c) $f(x) = (x+t)^2$
$f(-x) = (-x+t)^2 = (-x)^2 - 2xt + t^2 = x^2 - 2xt + t^2$ Diese Funktion ist nur dann gerade und damit achsensym. zur y-Achse, wenn $t = 0$ ist.
d) $f(x) = 2x^2 + (t-1)x - 2$
Diese Funktion ist nur dann achsensymmetrisch zur y- Achse, wenn $t = 1$ ist, da sie dann eine gerade Funktion ist.

Nr. 10 (orange geschriebene Texte wurden NICHT erwartet, helfen aber unter Umständen beim Verständnis)

a) Falsch, Gegenbeispiel $f(x) = x^4 + 42x^2 + 1$
b) Richtig, ungerade Funktionen verlaufen IMMER durch den Koordinatenursprung (d.h. $f(0) = 0$, siehe 8 a))
c) Falsch, wenn bei $x = 1$ und $x = -1$ eine Nullstelle vorliegt, sind die Funktionswerte Null und damit gleich. Mögliches Bsp: $f(x) = x^{17} - x^{15} = x^{15} \cdot (x^2 - 1)$
d) Richtig, denn Null ist weder gerade noch ungerade, damit ist $f(x) = 0$ eine gerade und gleichzeitig eine ungerade Funktion:

$f(-x) = 0 = f(x)$ und $f(-x) = 0 = -0 = -f(x)$

e) Unklar ausgedrückte Aufgabenstellung. Gemeint war: Verschiebung einer geraden Funktion **in y- Richtung:**
Falsch: die Achsensymmetrie bleibt erhalten, wenn man den Graphen in y-Richtung verschiebt.

f) Richtig: Nach Verschiebung in y-Richtung ist die Funktion nicht mehr ungerade, da der Graph der Funktion nicht mehr durch den Koordinatenursprung verläuft.

g) Richtig, eine Streckung in y-Richtung verändert die Symmetrieeigenschaft nicht:
Allgemein: Streckt man die Funktion $f(x)$ in y-Richtung mit dem Faktor a, dann erhält man $g(x) = a \cdot f(x)$.

Ist $f(x)$ achsensymmetrisch zur y-Achse, dann gilt:

$$g(-x) = a \cdot f(-x) = a \cdot f(x) = g(x)$$

$g(x)$ ist dann auch achsensymmetrisch zur y-Achse.

Ist $f(x)$ punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung, dann gilt:

$$g(-x) = a \cdot f(-x) = -a \cdot f(x) = -g(x)$$

$g(x)$ ist dann auch punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.